

# Prova di allenamento per la gara di matematica a squadre

Trieste 7 febbraio 2007

## Istruzioni Generali

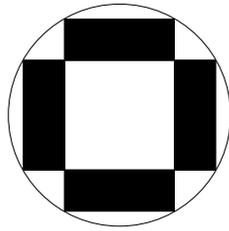
- i) Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero intero, compreso tra 0000 e 9999.
- ii) Se la quantità richiesta non è un numero intero, si indichi la sua parte intera.
- iii) Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- iv) Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, oppure se non è univocamente determinata, si indichi 9999.
- v) Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \quad \sqrt{3} = 1.7321 \quad \sqrt{5} = 2.2360 \quad \pi = 3.1416.$$

- 1) Si indichino le ultime quattro cifre del numero  $1 + 2 + 3 + \dots + 2006 + 2007$  ottenuto sommando tutti i numeri interi da 1 a 2007.

**Punti 10**

- 2) In una stanza di forma circolare e di diametro pari a 40 metri il pavimento è suddiviso come in figura. Un muratore sta rifacendo la pavimentazione e deve ricoprire i 4 rettangoli neri in marmo di Carrara. Quanti metri quadrati di marmo userà sapendo che il quadrato centrale bianco misura 20 metri di lato?



**Punti 10**

- 3) Quante parole distinte che iniziano e finiscono con una vocale si possono ottenere anagrammando la parola TRIESTE?

**Punti 10**

- 4) Un cubo con lo spigolo pari a  $n$  unità ( $n$  intero,  $n > 2$ ) viene verniciato in azzurro e quindi tagliato lungo piani paralleli in  $n^3$  cubetti di spigolo unitario.

Se il numero dei cubetti con una sola faccia verniciata è uguale a quello dei cubetti non verniciati,  $n$  è uguale a?

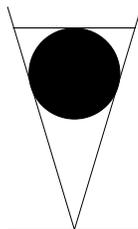
**Punti 10**

- 5) Un crittografo escogita il seguente metodo per codificare gli interi positivi. Gli interi vengono espressi in base 5. Si stabilisce una corrispondenza biunivoca tra le cifre che figurano nell'espressione degli interi in base 5 e gli elementi di  $\{A, B, C, D, E\}$ . Con questa corrispondenza, si scopre che tre interi consecutivi, presi in ordine crescente, sono codificati  $ADE$ ,  $ADC$ ,  $AAB$ . Quale è l'espressione, in base 10, del numero codificato  $CDE$ ?

**Punti 10**

- 6) L'unico cocktail che James Bond beve è il Martini ed è anche molto esigente con i baristi che glielo preparano. Nel bicchiere, che deve essere di

forma conica, deve esserci una ciliegina di forma esattamente sferica e il liquore deve ricoprire esattamente la ciliegina, come in figura. Il raggio della ciliegina deve essere pari a 2 cm e l'altezza del liquore deve essere pari a 12 cm. Quanto liquore c'è nel bicchiere del nostro esigente 007? (esprimere la soluzione in  $\text{cm}^3$ )



### Punti 20

- 7) La finale della gara di matematica si è svolta fra quattro studenti e solo i primi tre venivano premiati. La gara consisteva in 18 quesiti, ogni quesito risolto completamente valeva un punto mentre i quesiti non risolti o risolti solo parzialmente valevano zero punti. I partecipanti che avevano risolto lo stesso numero di quesiti venivano classificati ex-aequo. A gara conclusa uno spettatore chiede al presidente della giuria quanti punti sono stati ottenuti da ciascuno dei quattro studenti. Il presidente, che è un noto matematico, gli risponde in maniera enigmatica: “Il prodotto del numero dei quesiti risolti da ciascuno studente è pari a 72 mentre la loro somma è pari al numero delle finestre che sono presenti in questa stanza”. Lo spettatore, anch’egli valente solutore di esercizi di matematica, risponde dopo un attimo di riflessione: “Mi scusi ma lei non ha ancora risposto alla mia domanda”. Allora il presidente aggiunge: “Claudio, uno dei finalisti, è rimasto molto male perché non ha ricevuto nessun premio e Luigi, il vincitore assoluto, portava una camicia a scacchi”. Lo spettatore allora conclude: “Questa volta è chiaro. Grazie mille”. Quanti quesiti sono stati risolti da ciascuno dei concorrenti?

(Per scrivere la soluzione si consideri la cifra delle unità dei quattro numeri e queste cifre vengano poi inserite nella soluzione in ordine decrescente.)

### Punti 20

- 8) Si prendono a caso due numeri reali nell’intervallo chiuso  $[0, 1]$ . Quale è la probabilità che il più piccolo dei due non superi  $1/7$ ?

(Per scrivere la soluzione si esprima la probabilità come una frazione ridotta ai minimi termini e si fornisca la somma del denominatore con il

numeratore)

**Punti 20**

- 9) Stabilire quale è il numero delle soluzioni reali  $(x, y, w, z)$  del sistema

$$\begin{cases} 2y = x + \frac{17}{x} \\ 2z = y + \frac{17}{y} \\ 2w = z + \frac{17}{z} \\ 2x = w + \frac{17}{w} \end{cases}$$

**Punti 30**

- 10) Scegliendo a caso 6 interi distinti nell'insieme  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ , quale è la probabilità che tra i numeri scelti il secondo più piccolo sia 3? (Per scrivere la soluzione si esprima la probabilità come una frazione ridotta ai minimi termini e si fornisca la somma del denominatore con il numeratore)

**Punti 30**

- 11) Quanti sono i numeri naturali che sono multipli di 210 e hanno 210 divisori?

**Punti 30**

- 12) In un quadrilatero convesso ABCD i lati AB, BC, CD sono uguali. Inoltre  $AC=BD=AD$ . Quanti gradi misura l'angolo in D?

**Punti 30**