

Prova di allenamento per la gara di matematica a squadre

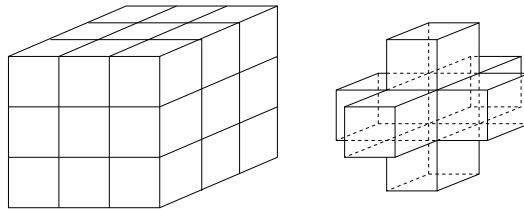
Trieste 26 febbraio 2007

Istruzioni Generali

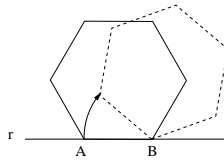
- i) Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero intero, compreso tra 0000 e 9999.
- ii) Se la quantità richiesta non è un numero intero, si indichi la sua parte intera.
- iii) Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
- iv) Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, oppure se non è univocamente determinata, si indichi 9999.
- v) Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \quad \sqrt{3} = 1.7321 \quad \sqrt{7} = 2.6458 \quad \pi = 3.1416.$$

1. In una scuola media superiore, il 35% degli studenti ha un'età inferiore a 16 anni e di questi il 48% sono ragazze. Il 56% della totalità degli allievi sono ragazze. Qual è la percentuale di ragazze di età inferiore a 16 anni rapportato alla totalità delle ragazze della scuola? (punti 10)
2. Si prendono a caso due numeri reali nell'intervallo $[0, 1]$. Qual è la probabilità che la loro somma sia minore di $1/3$? (Rappresentata la soluzione nella forma p/q , con p e q primi tra loro, si risponda con $p + q$). (punti 10)
3. Un cubo di lato 3 è costituito da 27 cubetti di lato 1 come mostrato nella figura sottostante. Successivamente al cubo viene tolta la "croce" di cubetti indicata sempre nella figura. Qual è l'area della superficie del solido rimanente? (punti 10)

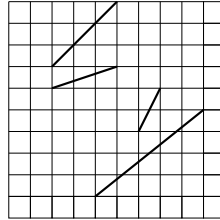


4. Un barcaiolo risale la corrente di un fiume remando con forza costante. Nel passare sotto un ponte perde il berretto. Se ne accorge però solo dopo mezz'ora. Gira allora la barca, continua a remare con la medesima forza e ritrova il berretto 1 km oltre il ponte. Qual è la velocità della corrente in km/h? (punti 20)
5. Un esagono regolare di lato unitario rotola senza strisciare su una retta r di appoggio come in disegno. In questo movimento il vertice A descrive una curva e il movimento ha termine quando A ritorna sulla retta r . Quanto è lunga la curva descritta da A ? (punti 20)



6. Un'aiuola ornamentale può contenere 20 vasi di piante. Un giardiniere ha a disposizione 5 vasi di violette, 3 vasi di primule e 12 vasi di giacinti. In quanti modi diversi può disporre i fiori nell'aiuola? (La risposta deve essere la somma delle cifre del numero trovato) (punti 25)
7. Uno skilift trasporta, dalla stazione a valle alla stazione a monte, esattamente 450 persone in un'ora alla velocità di 2 metri al secondo. Il percorso è lungo 1350 metri. Quanto sono distanti tra loro i ganci dello skilift in metri (assumere che i ganci siano tra loro equidistanti)? (punti 25)

8. In un rettangolo formato da 24 caselle uguali, si vogliono colorare di rosso due caselle prive di lati in comune. Si desidera determinare di quante righe e colonne sia composto il rettangolo che rende minimo il numero dei disegni che si possono ottenere con tale regola di coloritura. Calcolare il numero dei possibili disegni ottenibili su tale rettangolo. (punti **25**)
9. Quanti sono i segmenti “rivolti verso l’alto” che possono stare in una griglia composta da 10×10 quadrati (come in figura)? (I segmenti devono essere obliqui rivolti dal basso verso l’alto, quindi non possono essere nè verticali nè orizzontali). (punti **30**)

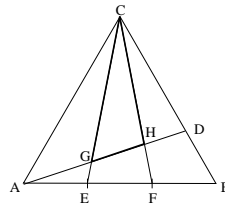


10. Si consideri la frazione

$$\frac{5n + 6}{n - 13}$$

con $n = 1, 2, 3, \dots$ ($n \neq 13$). Qual è il minimo valore di n per cui la frazione risulta non ridotta ai minimi termini? (punti **30**)

11. Nel triangolo equilatero ABC il punto D sul lato CB è tale che $BD = 1/3 CB$, mentre i punti E ed F sul lato AB sono tali che $AE = EF = FB$. Sapendo che il lato del triangolo è 42, trovare l’area del triangolo CGH (v. figura). (punti **50**)



12. Una successione di numeri $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ è definita nel seguente modo: $a_1 = 1$ e $a_{n+1} = 9a_n + 1$. Trovare le ultime tre cifre di $a_{100} + a_{101}$. (punti **60**)